

MEMORIA FINAL INNOVA¹
COMPROMISOS Y RESULTADOS PROYECTOS
DE INNOVACIÓN Y MEJORA DOCENTE
2024/2025

Identificación del proyecto	
Código	sol-202400284997-tra
Título	Creación de cuadernos interactivos mediante el software Mathematica para asignaturas con contenido matemático.
Responsable	de la Flor Gandarillas, Beltrán

1. Describa los resultados obtenidos a la luz de los objetivos y compromisos que adquirió en la solicitud de su proyecto. Incluya tantas tablas como objetivos contempló.

Objetivo nº 1	Creación y selección de problemas y ejemplos adecuados
Actividades que había previsto en la solicitud del proyecto:	<i>Búsqueda bibliográfica y selección de problemas y ejemplos relevantes que se adapten a los distintos temas teóricos que conforman la asignatura. Resolución de dichos problemas y elaboración de material complementario utilizando Mathematica</i>
Actividades realizadas y resultados obtenidos:	<i>Se seleccionaron varios ejercicios entre las listas de problemas presentes en los apuntes de la asignatura de Ecuaciones Diferenciales I del Grado en Matemáticas. Dichos ejercicios fueron resueltos en clase de problemas con el alumnado, y se añadió una parte de interpretación geométrica de los resultados. Concretamente, se trataba de, a partir de la ecuación diferencial y su solución, representar el campo vectorial asociado a la ecuación, así como sus distintas curvas integrales, en el plano (x,y) e identificar cuando dichas curvas pueden ser escritas como funciones $y=y(x)$ o $x=x(y)$.</i>

Objetivo nº 2	Implementación en Mathematica de los problemas y ejemplos seleccionados
Actividades que había previsto en la solicitud del proyecto:	<i>Se implementarán los distintos ejemplos empleando las rutinas que Mathematica pone a disposición del usuario, como aquellas destinadas a realizar representaciones gráficas ("Plot", "ParametricPlot", "Graphics", etc.) y a la realización de animaciones ("Manipulate", "Animate", "Locator", etc.)</i>
Actividades realizadas y resultados obtenidos:	<i>Para visualizar la interpretación geométrica de los resultados indicada en el objetivo 1, se prepararon diversos</i>

¹ Esta memoria no debe superar las 6 páginas.

	cuadernos en Mathematica, concretamente uno por problema. Haciendo uso fundamentalmente de las herramientas "Plot", "ParametricPlot", "VectorPlot" y "ContourPlot" se prepararon las distintas gráficas a emplear. La interactividad del cuaderno Mathematica se logró integrando dichas representaciones gráficas en un único objeto gráfico controlado a través de una instrucción "Manipulate". Dicho objeto permite: - Mostrar utilizando un código de colores si la curva integral es función de una variable, de la otra, o de ambas. - Cuando procede, mostrar un dominio maximal en el que la curva integral puede ser escrita en función de la variable correspondiente. - Elegir si representar o no los conjuntos en los que cada una de las componentes del campo vectorial se anulan.
Objetivo nº 3	Diseño del cuaderno interactivo que utilizará el alumno
Actividades que había previsto en la solicitud del proyecto:	Una vez implementados los problemas, se diseñará el cuaderno interactivo de manera que pueda ser utilizado de manera autónoma por el alumno proporcionándole unos parámetros sencillos. El alumno podrá reutilizar el material elaborado para la resolución de otros problemas similares con mínimas modificaciones.
Actividades realizadas y resultados obtenidos:	El cuaderno Mathematica final permite representar el campo vectorial y la curva integral de dicho campo en un objeto gráfico interactivo como el descrito anteriormente. El alumno únicamente debe introducir la expresión del campo vectorial asociado a la ecuación diferencial que esté resolviendo, así como la expresión de la solución (la curva integral). El cuaderno Mathematica entonces determina, de manera automática: - Puntos donde la solución no está definida (donde ambas componentes del campo se anulan) - Conjuntos geométricos donde cada una de las componentes del campo se anulan. - Dominios maximales donde la curva integral puede ser escrita como una función $y=y(x)$, $x=x(y)$ o ambas. - Dominios de representación de la curva integral y del campo vectorial. (ver Figuras de la 1 a la 4 en el Anexo I) El alumno puede controlar utilizando selectores dentro del objeto Manipulate los siguientes parámetros: - Si elige restringir la curva al dominio maximal de representación explícita o no.

	- Si elige mostrar el conjunto donde se anulan ambas componentes del campo, una sola o ninguna. - Si elige introducir la condición inicial de manera manual o haciendo click sobre el propio gráfico (utilizando un objeto interno de "Manipulate" llamado "Locator") (ver Figuras de la 5 a la 8 en el Anexo I)
--	---

Objetivo nº 4	Elaboración de cuestionarios de evaluación complementarios
Actividades que había previsto en la solicitud del proyecto:	<i>El material que se elabore será empleado para realizar actividades prácticas de la asignatura, por lo que puede complementarse con la elaboración de cuestionarios de autoevaluación que el alumno podrá realizar usando los resultados obtenidos con el cuaderno interactivo correspondiente.</i>
Actividades realizadas y resultados obtenidos:	<i>El cuaderno Mathematica final funciona correctamente y puede ser utilizado como complemento a la resolución de cualquier ecuación diferencial de primer orden con condiciones iniciales de entre las estudiadas en la asignatura. Por tanto, es una herramienta adecuada para responder a cuestiones de tipo geométrico relacionadas con esta clase de ecuaciones diferenciales.</i>

Objetivo nº 5	Medición del grado de satisfacción de los alumnos con la propuesta de mejora docente
Actividades que había previsto en la solicitud del proyecto:	<i>Elaboración de un cuestionario para medir el grado de satisfacción de los alumnos al finalizar la asignatura. Una vez finalizada la propuesta de mejora docente, es importante medir hasta qué nivel esta ha supuesto un aumento en el nivel de conocimiento de los alumnos y cómo ha ayudado a la asimilación de los conceptos teóricos impartidos en la asignatura.</i>
Actividades realizadas y resultados obtenidos:	<i>Se elaboró un cuestionario anónimo en Google Forms evaluable de 1 (muy en desacuerdo) a 5 (muy de acuerdo), conteniendo las siguientes preguntas:</i> <i>1- El material interactivo me ha ayudado a comprender mejor los conceptos teóricos de la asignatura.</i> <i>2- Los ejemplos presentados en el material son relevantes y están bien elegidos.</i> <i>3- El material ayuda eficazmente a visualizar cuándo las soluciones de diferentes PVI's pueden expresarse en forma explícita en la forma $y=f(x)$ o bien $x=g(y)$</i> <i>4- El uso de Wolfram Mathematica (y no otro software) ha facilitado el uso y comprensión del material.</i>

	5- El material complementa bien las explicaciones teóricas y las clases de problemas 23 alumnos respondieron a la encuesta, obteniendo: - Pregunta 1: Media 4.26, Moda 5, Mediana 4 - Pregunta 2: Media 4.48, Moda 5, Mediana 5 - Pregunta 3: Media 4.39, Moda 5, Mediana 5 - Pregunta 4: Media 4.39, Moda 5, Mediana 5 - Pregunta 5: Media 4.3, Moda 5, Mediana 5 También se les animó a proponer sugerencias de mejora en la pregunta número 6. Las preguntas y las respuestas, así como gráficas generadas por Google Forms, pueden consultarse en las Figuras de la 9 a la 11 en el Anexo II.
--	--

2. Realice una breve valoración sobre la influencia del proyecto ejecutado en la evolución de las asignaturas implicadas.

Análisis del impacto de la innovación en las asignaturas relacionadas con el proyecto

El impacto del proyecto es positivo para la asignatura. Proporciona una herramienta automatizada que puede ser utilizada como complemento en las explicaciones teóricas o de problemas por el docente así como por el alumnado para su estudio autónomo de la asignatura. Es destacable que el cuaderno Mathematica elaborado unifica algunos otros cuadernos elaborados *in situ* durante otros años y funciona para cualquier problema de valores iniciales de primer orden de entre los tratados en la asignatura de Ecuaciones Diferenciales I del Grado en Matemáticas, únicamente siendo necesario modificar las expresiones del campo vectorial o de la curva integral.

3. Incluya en la siguiente tabla el número de alumnado matriculado y el de respuestas recibidas en cada opción y realice una valoración crítica sobre la influencia que el proyecto ha ejercido en la opinión del alumnado.

Opinión del alumnado al inicio del proyecto				
Número de alumnado matriculado: 118				
Valoración del grado de dificultad que cree que va a tener en la comprensión de los contenidos y/o en la adquisición de competencias asociadas a la asignatura en la que se enmarca el proyecto de innovación docente				
Ninguna dificultad	Poca dificultad	Dificultad media	Bastante dificultad	Mucha dificultad
			X	
Opinión del alumnado en la etapa final del proyecto				
Valoración del grado de dificultad que ha tenido en la comprensión de los contenidos y/o en la adquisición de competencias asociadas a la asignatura en la que se enmarca el proyecto de innovación docente				

Ninguna dificultad	Poca dificultad	Dificultad media	Bastante dificultad	Mucha dificultad
		X		
<i>Los elementos de innovación y mejora docente aplicados en esta asignatura han favorecido mi comprensión de los contenidos y/o la adquisición de competencias asociadas a la asignatura</i>				
Nada de acuerdo	Poco de acuerdo	Ni en acuerdo ni en desacuerdo	Muy de acuerdo	Completamente de acuerdo
				X
En el caso de la participación de profesorado invitado				
<i>La participación del profesorado invitado ha supuesto un gran beneficio en mi formación</i>				
Nada de acuerdo	Poco de acuerdo	Ni en acuerdo ni en desacuerdo	Muy de acuerdo	Completamente de acuerdo
Valoración crítica sobre la influencia que ha ejercido el proyecto en la opinión del alumnado				
En base a las respuestas del alumnado que participó en la encuesta de Google Forms, la opinión del alumnado acerca del material es muy positiva. Esto nos induce a pensar que de algún modo ha facilitado al estudiante la adquisición de las competencias propias de la asignatura y que por tanto su opinión será, en líneas generales, más positiva que antes.				

4. Describa las medidas de difusión a las que se comprometió en la solicitud y las que ha llevado a cabo².

Descripción de las medidas comprometidas en la solicitud
Para difundir entre el profesorado las conclusiones y los beneficios del proyecto, se organizará un taller para enseñar al profesorado a utilizar en clase los materiales interactivos elaborados con <i>Mathematica</i> . Se incluirán rutinas y ejemplos prácticos que demuestren el potencial de dichas herramientas para su aprovechamiento en el aula. Asimismo, se discutirán posibles opciones de personalización y configuración para que cada profesor pueda adaptar el material a las necesidades específicas de la asignatura que imparte.
Descripción de las medidas que se han llevado a cabo
Se organizó una sesión informativa el día 29 de septiembre de 9:30 a 10:30 explicando el funcionamiento de los algoritmos empleados y su posible generalización a otros contextos. Dicha charla tuvo lugar en la Facultad de Ciencias, Torre Centro, Sala Académica Antonio Aizpuru. Se incluye documento gráfico de la charla impartida (Imágenes 12-13 del Anexo III).

² Si en la solicitud no indicó compromiso de difusión de resultados, este criterio no se tendrá en cuenta en la evaluación.

ANEXO I: CÓDIGO EN WOLFRAM MATHEMATICA

`in[1]:= Quit[];`
[detén núcl]

Elaborado por Beltrán de la Flor Gandarillas, 2025

Instrucciones: En el apartado **datos a introducir**, debes escribir el campo de la ecuación y su solución en forma implícita en términos de la condición inicial (x_0, y_0) . Debes tener cuidado con los dominios de definición. Podrás encontrar un ejemplo de ecuación cuya solución se expresa de forma distinta en función de la condición inicial. La variable **size** te permite controlar el rango de representación de campo, gráfica, etcétera.

DATOS A INTRODUCIR

Expresión del campo (debe deducirla el alumno)

`in[1]:= X[x_, y_] := {x - 1, y - x^2};`

Expresa la solución en forma implícita como $f(x, y, x_0, y_0) = 0$ y a continuación introduce la función f . Cuidado con las expresiones del tipo $\text{Log}[x] - \text{Log}[x_0]$, si no las simplificas correctamente ($\text{Log}[\frac{x}{x_0}]$) el dominio puede ser calculado erróneamente por el programa.

`in[2]:= Sol[x_, y_, x0_, y0_] := If[x0 != 1, y + x^2 - 2 x +  $\frac{x-1}{x0-1}$  (1 - y0) - (x - 1) (x0 - 1) + 2 (-1 + x)  $\text{Log}[\frac{-1+x}{\text{Log}[x0-1]+x0}]$ , If[y0 != 1, x - 1, 0]];`

Tamaño de la gráfica (x entre **-size** y **size**, y entre **-size** y **size**)

`in[3]:= size := 4;`

Figura 1: Apartado editable, donde el alumno introduce los datos.

CÓDIGO EJECUTABLE

La siguiente función permite determinar el dominio de la solución en función del valor inicial, restringido al tamaño indicado en la sección datos a introducir

`in[4]:= D0[x_, y_, x0_, y0_] := LogicalExpand[FullSimplify[FunctionDomain[Evaluate[Sol[x, y, x0, y0]], -size < x < size, -size < y < size], {x, y}]]];`
[expande lógica] [simplifica comp] [dominio de función] [evalúa]

El siguiente código determina las regiones donde el campo tiene al menos una componente no nula, junto a sus fronteras. La función determina cuales de esas regiones contienen la gráfica de la solución para cada PVI. En dichas regiones, la solución es gráfica tanto de una función de y como de una función de x. En la frontera de las regiones, sólo es gráfica de una de las dos variables.

`in[5]:= r1[x_, y_] := Evaluate[Reduce[{X[s, t][1] != 0, X[s, t][2] != 0}, {s, t}] /. {s -> x, t -> y}];
r2[x_, y_] := Evaluate[Reduce[{X[s, t][1] != 0, X[s, t][2] == 0}, {s, t}] /. {s -> x, t -> y}];
r3[x_, y_] := Evaluate[Reduce[{X[s, t][1] == 0, X[s, t][2] != 0}, {s, t}] /. {s -> x, t -> y}];
r4[x_, y_] := Evaluate[Reduce[{X[s, t][1] == 0, X[s, t][2] == 0}, {s, t}] /. {s -> x, t -> y}];
reg[s_, t_] := {r1[s, t], r2[s, t], r3[s, t], r4[s, t]};
Partenencia[x0_, y0_] := Module[{j, ans := {}},
[modulo
For[j = 1, j <= 4, j++, If[reg[x0, y0][j], AppendTo[ans, j]]];
[para cada
Return[ans];
[retorna
];`

La siguiente instrucción genera el punto de condición inicial y el campo vectorial

`in[6]:= PuntoInicial[x0_, y0_] := Graphics[{Blue, PointSize[Large], Point[{x0, y0}]}];
A[size_] := VectorPlot[X[x, y], {x, -size, size}, {y, -size, size}, AxesOrigin -> {0, 0}, Axes -> True, Frame -> False, VectorColorFunction -> None, VectorStyle -> {Orange, Opacity[0.8]}];`
[gráfico] [color] [tamaño de...] [grande] [punto] [representación vectorial] [origen de ejes] [ejes] [verd...] [marco] [falso] [función de color de vector] [ning...] [estilo de vector] [naranja] [opacidad]

Figura 2: Código ejecutable para el cálculo de los dominios de representación de las funciones introducidas por el alumno.

Esta instrucción genera los conjuntos donde se anulan las componentes, así como la gráfica correspondiente

`3)= aux := Solve[X[s, t][1] == 0]; nq := Length[aux];
[resuelve] [longitud]
Qn[x_, y_] := Table[Eliminate[ReplaceAll[{x == s, y == t}, aux[[j]], {s, t}], {j, 1, nq}];
[tabla] [elimina] [sustituye todos]
aux2 := Solve[{X[s, t][2] == 0}]; np := Length[aux2];
[resuelve] [longitud]
Pn[x_, y_] := Table[Eliminate[ReplaceAll[{x == s, y == t}, aux2[[j]], {s, t}], {j, 1, np}];
[tabla] [elimina] [sustituye todos]
RectasAuxiliares[han_, size_] := If[han == "Q & P",
[si
ContourPlot[Evaluate[Flatten[{Qn[x, y], Pn[x, y]}], {x, -size, size}, {y, -size, size},
[representación...] [evalúa] [ajustada
ContourStyle -> Flatten[{Table[{Purple, Opacity[0.5]}, {j, 1, nq}], Table[{Black, Opacity[0.5]}, {j, 1, np}], 1}],
[estilo de contorno] [ajustada] [tabla] [púrpura] [opacidad] [tabla] [negro] [opacidad]
If[han == "Q",
[si
ContourPlot[Evaluate[Qn[x, y]], {x, -size, size}, {y, -size, size}, ContourStyle -> Table[{Purple, Opacity[0.5]}, {j, 1, nq}],
[representación...] [evalúa] [estilo de contorno] [tabla] [púrpura] [opacidad]
If[han == "P",
[si
ContourPlot[Evaluate[Pn[x, y]], {x, -size, size}, {y, -size, size}, ContourStyle -> Table[{Black, Opacity[0.5]}, {j, 1, np}],
[representación...] [evalúa] [estilo de contorno] [tabla] [negro] [opacidad]
ContourPlot[x == y, {x, -size, size}, {y, -size, size}, ContourStyle -> Opacity[0]
[representación de contornos] [estilo de contorno] [opacidad]
]
];`

Figura 3: Código ejecutable para generar elementos adicionales en la gráfica.

A continuación, la instrucción que genera la gráfica de la solución. Si el conmutador **a** vale 1, se activa la opción de restringir el dominio allí donde la gráfica de la solución es tanto una función de y como una función de x. Si **a** vale 0, no se hace dicha restricción. Siempre se restringe al conjunto donde la gráfica está definida.

```
Gr[x0_, y0_, size_, pert_, a_] :=
If[a == 1,
ContourPlot[Sol[x, y, x0, y0] == 0, {x, -size, size}, {y, -size, size}, ContourStyle -> If[X[x0, y0][2] == 0, Black, If[X[x0, y0][1] == 0, Purple, Green]],
RegionFunction -> If[Length[pert] == 2, Function[{x, y}, Evaluate[LogicalExpand[(reg[x, y][pert[1]] || (reg[x, y][pert[2]])) && (DD[x, y, x0, y0])]]],
Function[{x, y}, Evaluate[LogicalExpand[(reg[x, y][pert[1]] && (DD[x, y, x0, y0])]]], PlotRange -> {{-size, size}, {-size, size}},
ContourPlot[Sol[x, y, x0, y0] == 0, {x, -size, size}, {y, -size, size}, ContourStyle -> If[X[x0, y0][2] == 0, Black, If[X[x0, y0][1] == 0, Purple, Green]],
RegionFunction -> Function[{x, y}, Evaluate[DD[x, y, x0, y0]]], PlotRange -> {{-size, size}, {-size, size}}]
]

Campo :=
Manipulate[If[b == 0, Manipulate[Show[A[size], RectasAuxiliares[han, size], Gr[x0, y0, size, Pertencia[x0, y0], a], PuntoInicial[x0, y0]],
{{x0, 0}, -0.9 size, 0.9 size, Appearance -> "Open"}, {{y0, 0}, -0.9 size, 0.9 size, Appearance -> "Open"}, {{a, 1, "Dominio para forma explícita"}, {0, 1}},
{{han, "No", "Componentes nulas"}, {"No", "Q", "P", "Q & P"}], ControlPlacement -> Left],
Manipulate[Show[A[size], RectasAuxiliares[han, size], Gr[x0y0[1], x0y0[2], size, Pertencia[x0y0[1], x0y0[2]], a], PuntoInicial[x0y0[1], x0y0[2]],
{{x0y0, {0, 0}, Locator}, {{a, 1, "Dominio para forma explícita"}, {0, 1}}, {{han, "No", "Componentes nulas"}, {"No", "Q", "P", "Q & P"}], ControlPlacement -> Left],
{{b, 0, "Elegir punto inicial"}, {0, 1}}, ControlPlacement -> Top];
```

Figura 4: Código ejecutable que genera la gráfica completa junto a los controladores interactivos de la misma.

Instrucciones y leyenda:

- Los valores de x_0 e y_0 pueden ser manipulados. La opción "Elegir punto inicial" permite elegir el valor inicial gráficamente, pinchando en puntos de la gráfica.
- Las opciones "No", "Q", "P" y "P & Q" permiten representar los conjuntos del plano en los que se anula la primera componente del campo (Q, en **MORADO**) y la segunda componente del campo (P, en **NEGRO**).
- La opción "Dominio para forma explícita" permite restringir el dominio de la curva integral a una región en la que puede ser escrita localmente en forma explícita.
- Si la curva aparece en **VERDE**, puede ser expresada localmente en forma explícita como $y=y(x)$ o $x=x(y)$.
- Si la curva aparece en **NEGRO**, únicamente puede ser expresada localmente en forma explícita como $y=y(x)$.
- Si la curva aparece en **MORADO**, únicamente puede ser expresada localmente en forma explícita como $x=x(y)$.
- En **AZUL** aparece el punto inicial del PVI asociado a la ecuación, (x_0, y_0) .

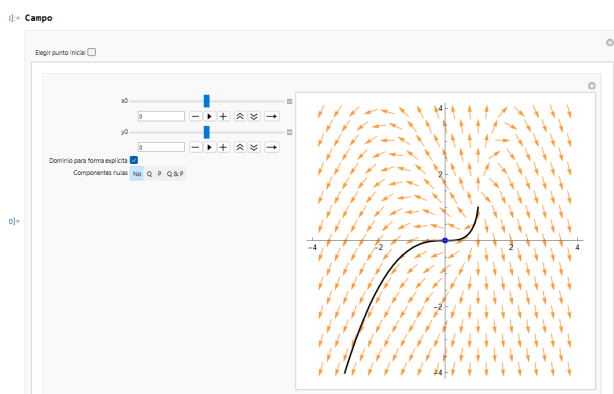


Figura 5: Vista del alumno tras la ejecución del código. Se muestra la gráfica con los elementos interactivos y una pequeña leyenda a modo de guía de uso.

Campo

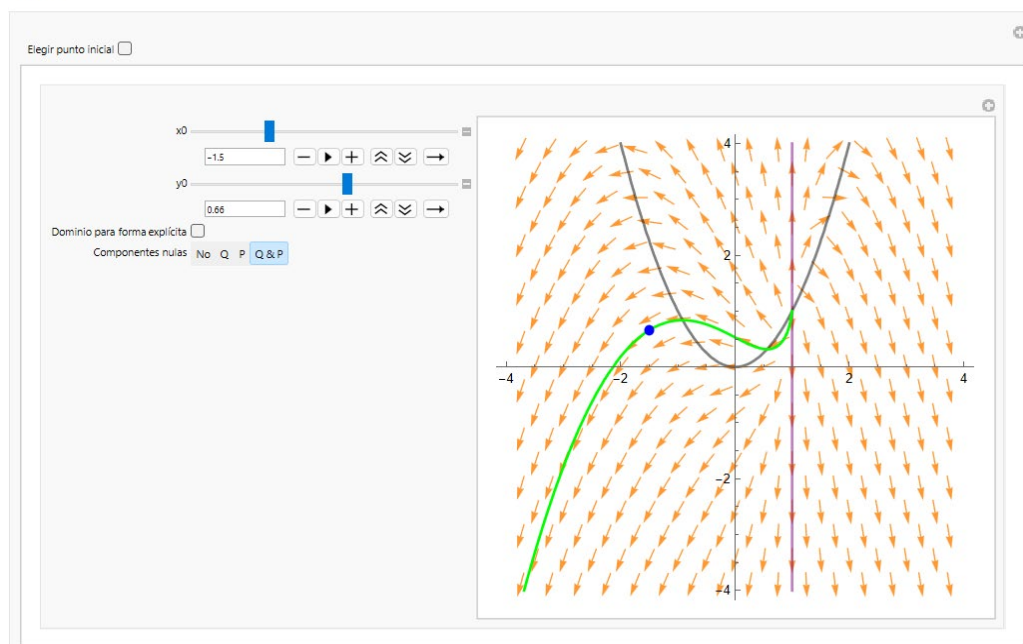


Figura 6: Gráfica 1

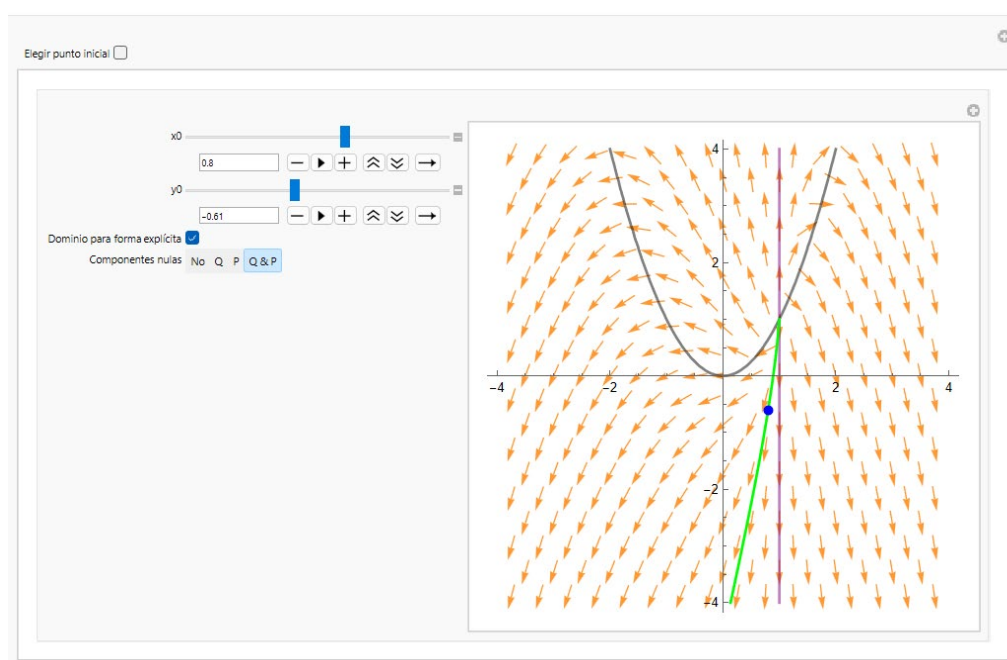


Figura 7: Gráfica 2

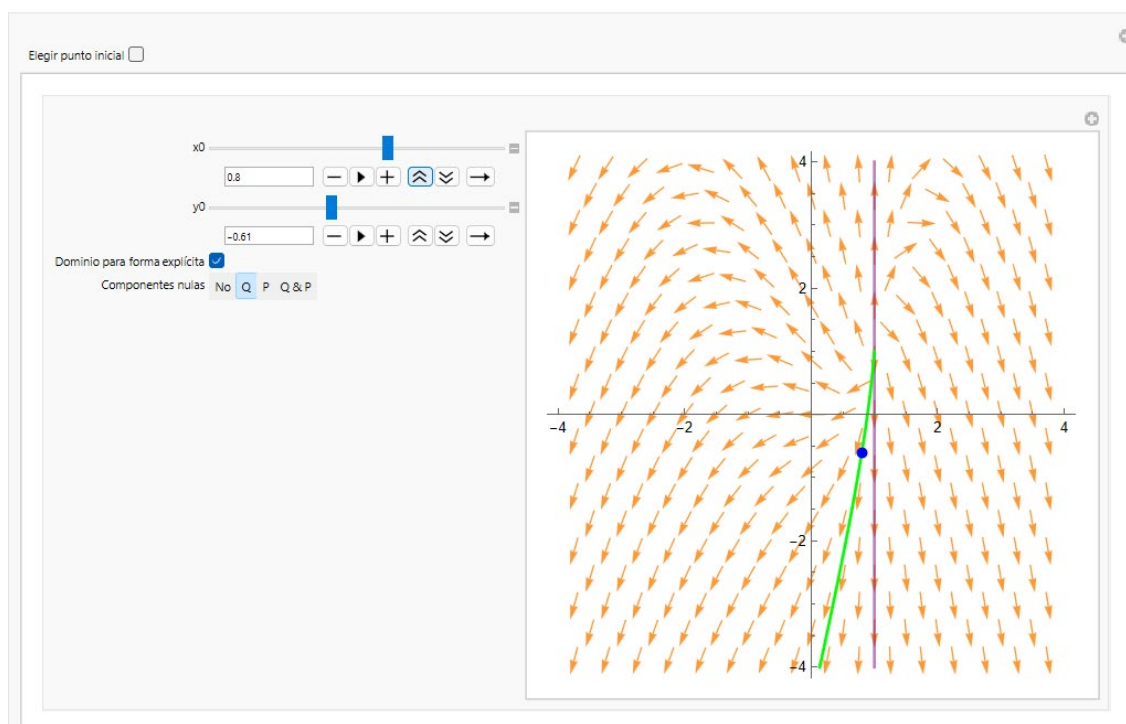


Figura 8: Gráfica 3

ANEXO II: RESULTADOS DE LA ENCUESTA EN *GOOGLE FORMS*

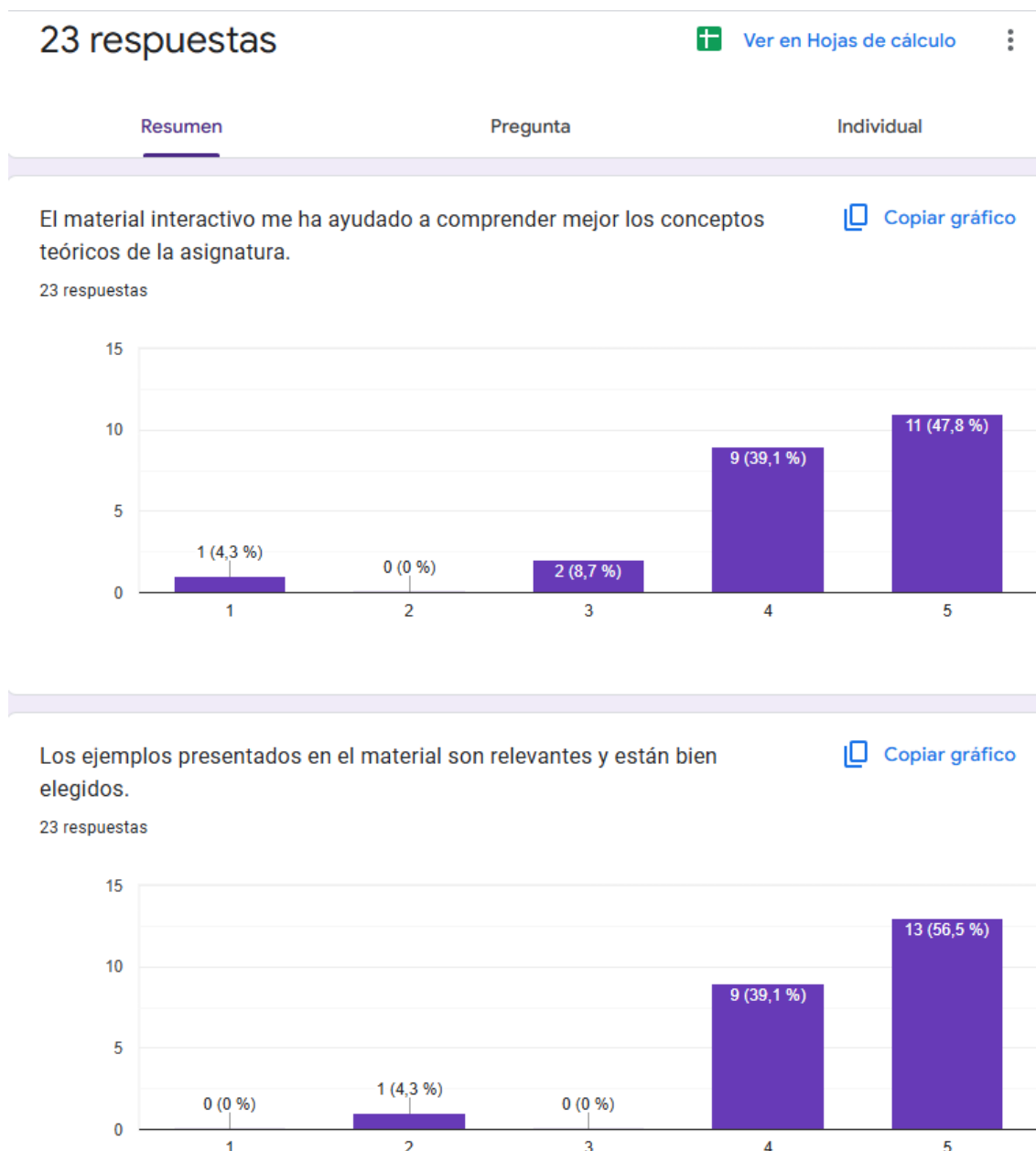
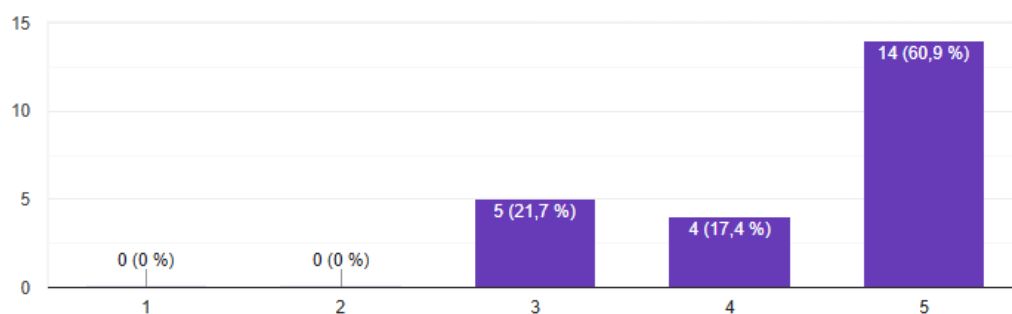


Figura 9: Preguntas 1 y 2 de la encuesta y respuestas obtenidas.

El material ayuda eficazmente a visualizar cuándo las soluciones de diferentes PVI's pueden expresarse en forma explícita en la forma $y=f(x)$ o bien $x=g(y)$

 Copiar gráfico

23 respuestas



El uso de Wolfram Mathematica (y no otro software) ha facilitado el uso y comprensión del material.

 Copiar gráfico

23 respuestas

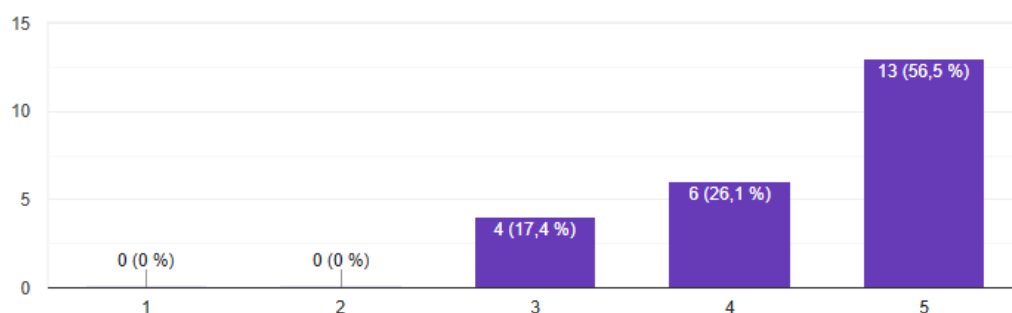
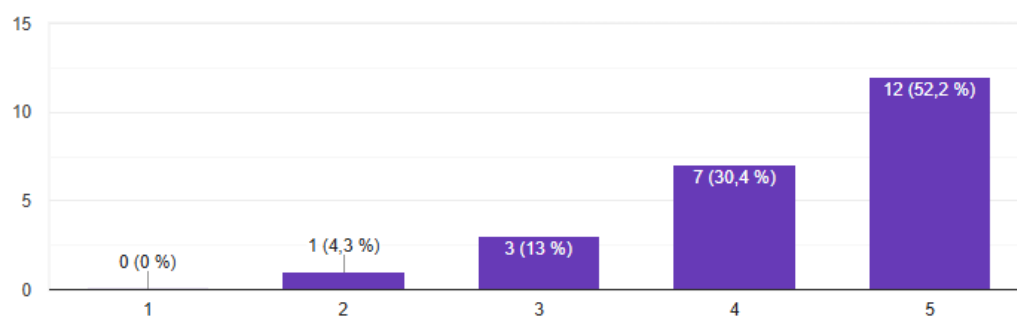


Figura 10: Preguntas 3 y 4 de la encuesta y respuestas obtenidas

El material complementa bien las explicaciones teóricas y las clases de problemas

 Copiar gráfico

23 respuestas



¿Tienes alguna sugerencia para mejorar el material o la forma de utilizarlo?

6 respuestas

No, todo bien.

Pequeñas explicaciones a modo de tutorial en el propio mathematica

no

Mas interaccion alumno y profesor y no solo que tengamos una hora para hacer unos ejercicios a la carrera.

Wolfram Mathematica no me termina de convencer personalmente, prefiero otro tipo de software, pero cumple con su función

Implementar más ejercicios prácticos como el de deducir la ecuación diferencial que describe un suceso físico (el último ejercicio de la última práctica).

Figura 11: Pregunta 5 de la encuesta y respuestas. Sugerencias de mejora proporcionadas por el alumnado.

ANEXO III: IMÁGENES DE LA SESIÓN INFOMATIVA 29/09/2025



Figura 12

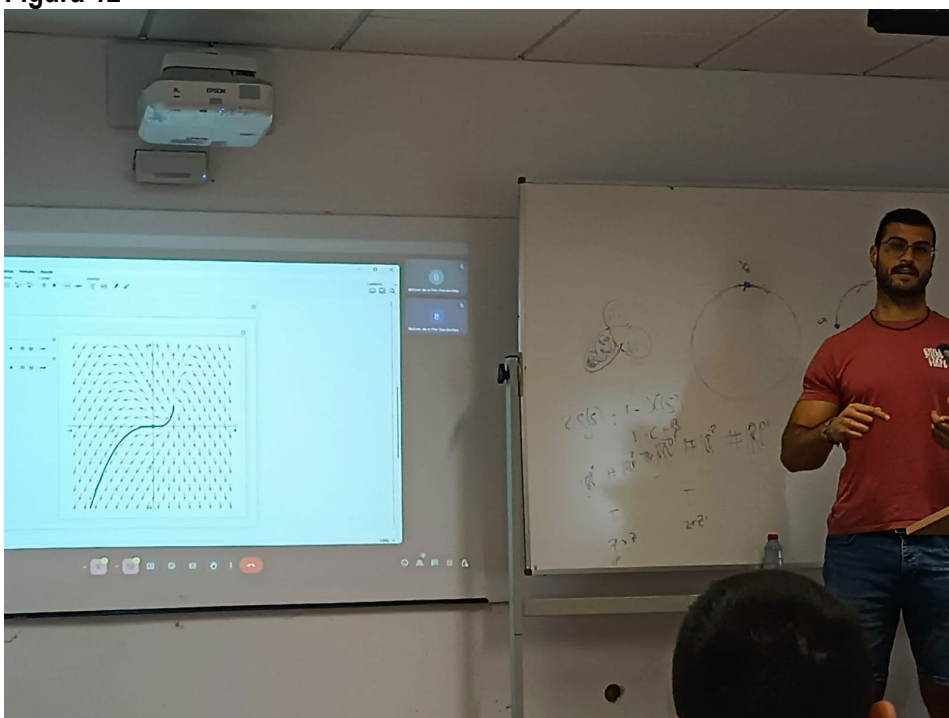


Figura 13