

# Título: Las Matemáticas es un lenguaje formal no programable

Francisco Javier García-Pacheco\*, Fernando León-Saavedra\*, María del Carmen Listán-García\*, Enrique Naranjo-Guerra\*, Francisco Javier Pérez-Fernández\*, María del Pilar Romero de la Rosa\*, Antonio Sala-Pérez\*

\*Departamento de Matemáticas

[garcia.pacheco@uca.es](mailto:garcia.pacheco@uca.es)

**RESUMEN:** Este proyecto, enfocado a estudiantes de ingeniería y en especial a los alumnos del Grado en Ingeniería Informática, pretende afianzar el concepto de que las Matemáticas son un lenguaje formal (no programable) y no una ciencia. Asimismo, se pretende también que los estudiantes del Grado en Informática comprendan la existencia de lenguajes formales que no sean de programación. Por último, incidimos en la importancia del razonamiento abstracto y de la lógica matemática, así como de nociones básicas como hipótesis/tesis y deducción/inducción, que nos conducen a una distinción clara entre Matemáticas Puras y Matemáticas Aplicadas.

**PALABRAS CLAVE:** lenguaje formal, lenguaje de programación, lógica matemática, razonamiento abstracto, deducción, inducción.

## INTRODUCCIÓN

Existe un concepto generalizado, pero erróneo, de que las Matemáticas son una ciencia como la Física o la Química. Aunque esta cuestión epistemológica ha suscitado un gran debate en numerosas ocasiones, lo que sí parece claro es que las Matemáticas no son una ciencia empírica ni experimental (la metodología ensayo-error no ha estado presente en las Matemáticas desde los famosos postulados de Euclides). Sin embargo, parece más claro afirmar que las Matemáticas son un lenguaje, un lenguaje formal para ser más exactos, y como lenguaje consta de los componentes correspondientes (sintaxis, semántica, pragmatismo). Como este, existen otros conceptos erróneos por parte de los estudiantes, como no saber distinguir entre nociones básicas de la lógica matemática como hipótesis/tesis o deducción/inducción. Todo esto es debido a la falta de capacidad de razonamiento abstracto por parte de los estudiantes, muy necesaria en el caso de los estudiantes de ingeniería. Esta falta de capacidad de razonamiento abstracto es en parte debida a la falta de incidencia en este aspecto por parte de la Enseñanza Secundaria.

Este proyecto, que tiene un fuerte enfoque en los estudiantes de los primeros cursos de los grados de ingeniería, pretende paliar las dificultades derivadas de la falta de razonamiento abstracto, estando en sintonía con (1).

## OBJETIVOS

En esta sección vamos a describir los objetivos de este proyecto:

1. Comprender que las Matemáticas son un lenguaje.
2. Reconocer la sintaxis del lenguaje matemático.
3. Comprender la noción del razonamiento abstracto.
4. Diferenciar entre las nociones de hipótesis y tesis.
5. Diferenciar entre las nociones de deducción e inducción.

6. Transcribir al lenguaje matemático abstracto un problema real de la ingeniería.
7. Interpretar en el mundo real una solución matemática abstracta.
8. Comprender que las Matemáticas son un lenguaje no programable en su totalidad.

Es importante ser consciente de la dificultad de implementar un proyecto como este, lo que puede conllevar a la consecución parcial de los objetivos. En particular, el último objetivo es especialmente delicado para los estudiantes y además requiere de la consecución total de los anteriores.

## METODOLOGÍA

En primer lugar, los datos en los que nos basamos para sacar las conclusiones de este proyecto se encuentran disponibles en *Sol-201900138794-tra\_Anexo 1.pdf*.

Todo lenguaje consta de tres partes claramente diferenciadas: *sintaxis*, *semántica* y *pragmatismo*.

La sintaxis de un lenguaje es el conjunto de símbolos y reglas para construir las frases, sentencias o proposiciones. En el caso de las Matemáticas, la sintaxis contiene los símbolos clásicos de la lógica proposicional como por ejemplo  $\forall$ ,  $\exists$ ,  $\subseteq$  ó  $\in$  entre otros. Las reglas para construir las frases o sentencias (llamadas teoremas, proposiciones, lemas o corolarios) vienen dadas por el Método Axiomático-Deductivo de Euclides (también usado de manera explícita por Descartes). Un ejemplo de estas reglas es el famoso *modus ponendo-ponens* que establece que  $[(p \rightarrow q) \wedge q] \rightarrow p$  es una tautología. Es interesante observar que, en el caso de la proposición  $p \rightarrow q$ , la proposición atómica  $p$  se conoce como *hipótesis* y la proposición atómica  $q$  se conoce como *tesis*. Esta proposición,  $p \rightarrow q$ , se conoce como *implicación* y es la base del concepto de *deducción*. La noción de *inducción* es simplemente, dada una proposición atómica  $q$ , encontrar otra proposición atómica  $p$  tal que la deducción o implicación  $p \rightarrow q$  sea una proposición del lenguaje. La sintaxis del lenguaje Matemático es lo que

comúnmente se denomina “Matemáticas Puras”, sin atender al significado en el mundo real de los teoremas matemáticos.

La semántica de un lenguaje es, precisamente, el significado en el mundo real de las frases, sentencias o proposiciones del lenguaje. En el caso del lenguaje matemática, su semántica es lo que comúnmente se conoce como “Matemática Aplicada”. Aquí es donde intervienen dos nociones fundamentales: lo *abstracto* y lo *concreto*. La base del razonamiento abstracto es simplemente diferenciar entre la sintaxis y la semántica de un lenguaje, y ser capaz de trabajar sólo con la sintaxis sin tener en cuenta la semántica. Esto resulta de gran dificultad para los estudiantes. Cuando la semántica entra en juego para complementar a la sintaxis, estamos en la base de lo concreto.

El pragmatismo de un lenguaje es, simplemente, la capacidad del lenguaje para que los individuos se comuniquen entre sí mediante ese lenguaje. En el caso del lenguaje matemático, esto da lugar a un concepto esencial: los *modelos matemáticos*. Los modelos matemáticos, que aparecen cuando la sintaxis y la semántica se complementan para explicar la realidad de forma matemática, sirven para que los matemáticos se comuniquen entre sí mediante el planteamiento de problemas y su resolución, dando lugar a un pragmatismo que nos ha permitido logros increíbles como, por ejemplo, viajar al espacio.

El lenguaje matemático, descrito brevemente en los párrafos anteriores, es un lenguaje formal no programable en base a un famoso teorema llamado Teorema de Completitud de Gödel. La dificultad que presenta este proyecto para la consecución total de los objetivos es clara, puesto que todos los conceptos descritos anteriormente son difíciles de asimilar por parte de los estudiantes, incluso si se trata de estudiantes de ingeniería.

Hemos escogido dos grupos de estudiantes para la elaboración de este proyecto de innovación docente: El Grupo 1 del Grado en Ingeniería Informática y el Grupo 1 del Grado en Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo del Producto, ambos en la Escuela Superior de Ingeniería de la Universidad de Cádiz. Las asignaturas elegidas han sido Cálculo y Álgebra. Hemos realizado una serie de actividades tanto individuales como de trabajo en grupo. Como hemos comentado al principio de esta sección, la descripción de estas actividades, así como sus resultados pueden consultarse en *Sol-201900138794-tra\_Anexo 1.pdf*.

Por último, todas las actividades realizadas durante la duración de este proyecto se han llevado a cabo de manera virtual a través del Campus Virtual de la Universidad de Cádiz. Sin duda alguna, la situación de pandemia mundial nos ha obligado a ello. Sin embargo, somos fuertes defensores del uso docente de las nuevas tecnologías de información y comunicación y, en particular, de las plataformas digitales docentes como Moodle, Blackboard, Kahoot, Apple Classroom, Google Classroom y Microsoft Teams. Todas estas plataformas contienen herramientas muy interesantes para la realización de las actividades necesarias de este proyecto. Además, permiten el almacenamiento de datos en la nube para su posterior consulta.

## DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

Tras el análisis de los datos obtenidos, de este proyecto sacamos fundamentalmente dos conclusiones.

La primera conclusión es que la gran mayoría de los estudiantes del Grado en Ingeniería Informática consigue asimilar que la base de lo abstracto reside en la separación de la sintaxis de la semántica. Esto está parcialmente motivado por la predisposición de los estudiantes de informática a enfrentarse a los lenguajes de programación y a estar muy atentos en la importancia de la sintaxis y la simbología para que los algoritmos no den errores al compilarlos.

Por otro lado, concluimos que los estudiantes del Grado en Ingeniería Informática presentan una mayor facilidad y disposición para el lenguaje y razonamiento abstracto que el resto de estudiantes de ingeniería, en especial, que los estudiantes del Grado en Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo del Producto, aún cuando la nota de corte de este último grado suele superior a la del Grado en Ingeniería Informática.

## REFERENCIAS

1. Imbernón Muñoz, F. Mejorar la enseñanza y el aprendizaje en la Universidad, *Cuadernos de docencia Universitaria*. ISBN: 9788480639880, Editorial Octaedro.

## ANEXOS

*sol-201900138794-tra.pdf*

## AGRADECIMIENTOS

Queremos agradecer a la Unidad de Innovación Docente de la Universidad de Cádiz el apoyo prestado durante los difíciles momentos de confinamiento.